Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} ax + (a-2)y = a-2 \\ ax + (a^2-2a)y + 2z = a \\ 3ax + (a^2-4)y + z = 4a-4 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P2) Calcula los valores de t para que se cumpla $|A \cdot B^{-1}| = 1$, siendo A y B las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & -t \\ 2t-1 & t-1 & t \\ t-2 & 0 & t-2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} t-1 & t & -t \\ 1-2t & 2t & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2.5 puntos)

P3) Calcula la ecuación continua de la recta que corta perpendicularmente a las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} 2y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-6}{-1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-2}{2}$$

(2.5 puntos)

P4) Halla un plano que sea tangente a la esfera de radio 3 y centro $(0,0,0)$, y que corte perpendicularmente a la recta

$$r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{-2}$$

Encuentra el punto de tangencia del plano con la esfera, y calcula la ecuación continua de la recta que pasa por ese punto y corta perpendicularmente a r .

(2.5 puntos)

P5) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x^3+2x^2}-\sqrt{3x^3}}$$

(1.25 puntos)

$$\lim_{x\to\infty} x\cdot\sin\frac{1}{x}$$

(1.25 puntos)

P6) Se considera la función $f(x)=\log_2\left[\sin\frac{\pi\,(x+1)}{4}+2^{\frac{x-5}{2}}\right]$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[6,7]$.

(1 punto)

b) Demuestra que existe un valor $\alpha\in(6,7)$ tal que $f(\alpha)=0$. Enuncia el/los resulatdo(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P7) Se considera la función $f(x)=\sqrt{x+\sin\frac{\pi x}{2}}$.

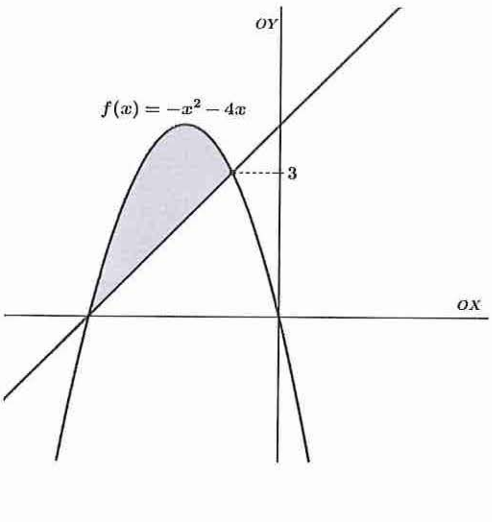
a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[1,3]$.

(0.75 puntos)

b) Demuestra que existen dos valores $\alpha\in(1,2)$ y $\beta\in(2,3)$ tales que $f'(\alpha)=f'(\beta)=0$. Enuncia el/los resulatdo(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.75 puntos)

P8) Teniendo en cuenta los datos que aparecen en el siguiente gráfico, calcula el área de la región sombreada.



(2.5 puntos)